TEORIEN FOR RATIONEL DIMENSIONERING AF BYGNINGER OG NOGLE AF FORUDSÆTNINGERNE FOR TEORIENS ANVENDELSE

PER BREDSDORFF

STATENS BYGGEFORSKNINGSINSTITUT SÆRTRYK NR. 63

I KOMMISSION HOS TEKNISK FORLAG KØBENHAVN 1955

TEORIEN FOR RATIONEL DIMENSIONERING AF BYGNINGER OG NOGLE AF FORUDSÆTNINGERNE FOR TEORIENS ANVENDELSE

Af

cand. polit. Per Bredsdorff

Anmeldelse af Arne I. Johnson: »Strength, Safety and Economical Dimensions of Structures«. Meddelanden no. 22 fra Statens Nämnd För Byggnadsforskning. Stockholm 1953. – 159 sider. Pris 10 sv. Kr.

UDC. 624.043

I de senere år er der, både her og i udlandet, rejst kritik mod de forskrifter for dimensionering af bærende konstruktioner, myndighederne kræver overholdt, for at bygningerne må opføres og tages i brug.

Hovedpunktet i denne kritik, der så vidt vides først er rejst af *Carl Forssell* i 1920, er, at dimensioneringsforskrifterne ikke på rationel måde tager hensyn til de usikkerhedsmomenter, der knytter sig dels til beregninger af de enkelte konstruktioners faktiske bæreevne, dels til størrelsen af de påvirkninger, den enkelte konstruktion vil blive udsat for i løbet af sin levetid.

Normernes hensyntagen til disse usikkerhedsmomenter kommer dels til udtryk i de for konstruktionerne foreskrevne beregningsmæssige sikkerhedsgrader, dels i forskellige »sikkerhedstillæg«, der fremkommer f. eks. ved fastlæggelse af ekstremt høje »virkelige belastninger« eller ved fastsættelse af nominelle brudspændinger, der er lavere end materialernes faktiske gennemsnitlige brudspænding.

Men hvilken sikkerhed, i betydningen chance for at den enkelte konstruktion ikke deformeres eller bryder sammen under sin stipulerede levetid, resulterer disse beregningsmæssige sikkerhedsgrader og -tillæg i? Og er denne sikkerhed for stor, for lille eller passende i relation til et økonomisk kriterium for det passende?

Adskillige af normernes kritikere mener, at normerne i mange tilfælde, bedømt udfra et økonomisk kriterium, medfører en overdimensionering, der må betegnes som en ødslen med kostbare ressourcer. En reformation af normerne i overensstemmelse med rationelle dimensioneringsprincipper skulle derfor kunne bidrage til at sænke byggeomkostningerne, jfr. *N. Munk Plum's* artikel i Ingeniøren 1950: »Er vore bygninger rationelt dimensionerede«.

De økonomisk-statistiske synspunkter, hvis gennemførelse skulle kunne medføre sådanne besparelser, er i princippet ganske enkle; de går ud fra den betragtning, at enhver konstruktion altid er udsat for en vis risiko for brud eller skadelige deformationer. Jo kraftigere man dimensionerer, og jo stærkere materialer man anvender, des mindre bliver denne risiko, men samtidig vokser anlægsudgiften. Det gælder da om at opstille en dimensioneringsregel, der på passende måde afvejer risikoen ved brud mod merudgiften ved anlæg.

En formelt tilfredsstillende afvejning får man ved at følge en regel, der siger, at konstruktioner af samme type skal dimensioneres således, at summen af anlægsudgifter og de kapitaliserede, forventede udgifter til retablering af brudskader bliver minimum. De kapitaliserede, forventede udgifter til retablering af brudskader (herunder såvel reparationsudgifter som erstatninger for materielle og immaterielle skader som følge af brud) kan i det simpleste tilfælde, hvor den årlige brudsandsynlighed er konstant gennem hele konstruktionens påregnede levetid, beregnes som den årlige brudsandsynlighed multipliceret med summen af de til anlægsøjeblikket neddiskonterede udgifter til retablering af brudskade een gang årligt gennem hele konstruktionens stipulerede levetid.

Det skal her indskydes, at en konstruktions årlige brudsandsynlighed er defineret som sandsynligheden for, at konstruktionen bryder sammen i løbet af et år. Normalt er denne sandsynlighed meget lille, men dog større end 0. For konstruktioner, der er udsat for dekomponering og udmatning, må man regne med, at den årlige brudsandsynlighed vokser med konstruktionens alder.

Den ovenfor angivne økonomiske dimensioneringsregel er desværre vanskelig at anvende i dag ved dimensionering af bygværker, fordi man savner kendskab til de forhold, der er bestemmende for brudsandsynlighedens variation med dimensionerne og de anvendte materialers kvalitet. Principielt er det imidlertid muligt ved empiriske undersøgelser at få disse forhold belyst, og man kan derfor stille det spørgsmål, hvorledes den økonomiske dimensioneringsregel skulle anvendes, hvis alle relevante oplysninger forelå.

Dette spørgsmål har *Arne I. Johnson* taget op til behandling i sidste afsnit af sin disputats fra 1953: »*Strength, Safety and Economical Dimensions of Structures*«. *Johnson's* behandling af det teoretiske dimensioneringsproblem er langt mere indgående end tidligere forfatteres og fortjener at læses også af dem, der ikke tør binde an med de foregående afsnit, der vil blive omtalt senere i denne anmeldelse, og som omhandler den statistiske teori for materialstyrkens afhængighed af materialernes volumen, form og spændingsfordeling.

På grundlag af *Johnson's* arbejde gennemgås i det følgende en simpel model for økonomisk dimensionering.

Vi forudsætter, at en konstruktion, når den er opført og taget i brug, vil blive udsat for belastninger, der varierer i tiden. Man kan tænke på et dæk, der, udover egenvægten, skal bære en i tiden varierende vægt af inventar, personer m. v.

Den største belastning, en konstruktion faktisk bliver udsat for i løbet af et år, kaldes q. q kan f. eks. måles i kg/m^2. Har vi et stort antal konstruktioner af samme type, vil q variere fra konstruktion til konstruktion. Denne statistiske variation tænkes beskrevet ved en normal fordeling med middeltallet Q, kg/m^2, og spredningen σ_q, kg/m^2. Q og σ_q forudsættes konstant over konstruktionens stipulerede levetid, t, der måles i år.

Den faktiske styrke eller bæreevne, en konstruktion har, forudsættes målt ved den belastning, s, kg/m^2, den kan bære, lige før den bryder sammen eller deformeres, så den er utjenlig til sit formål. Lad os forudsætte, at man ved dimensioneringen tilstræber at give et stort antal ensartede konstruktioner styrken S, kg/m^2. De enkelte konstruktioners faktiske styrke, s, vil, trods alle bestræbelser for at gøre dem ensartede, variere fra konstruktion til konstruktion, og vi tænker os, at denne statistiske variation kan beskrives ved en normal fordeling med middeltallet S – den tilstræbte styrke er altså lig den forventede styrke – og ved spredningen σ_s, kg/m^2. σ_s forudsættes konstant, d. v. s. uafhængig af, hvor stor eller lille en styrke, S, vi tilstræber.

Den tilstræbte styrke, S, bør være større end Q. Men hvor meget større? Vi indfører en faktor, D, kaldet *den økonomiske dimensioneringsfaktor*, og defineret som det tal, hvormed vi skal multiplicere Q for at få det S, vi bør tilstræbe, hvis vi følger den tidligere formulerede dimensioneringsregel. Når vi tilstræber styrken $S = D \cdot Q$, skal vi altså i middel få minimum af summen af anlægsudgifter og de forventede udgifter til retablering af brudskader kapitaliseret over bygningens stipulerede levetid, t.

Man bemærker, at Q, den gennemsnitlige årlige maksimale belastning, ikke indeholder noget »sikkerhedstillæg« i modsætning til adskillige af de af normerne foreskrevne »virkelige belastninger«.

Dimensioneringsproblemet i denne formulering går ud på at bestemme D, når Q, σ_q og σ_s er givet. Den enkelte konstruktion, beregnet med en vilkårlig dimensioneringsfaktor, D, vil få en ukendt styrke målt ved bæreevnen, s, kg/m², og udsættes hvert år for en ukendt største belastning, q, kg/m². Sandsynligheden, ε, for, at en vilkårlig konstruktion bryder sammen (eller deformeres) i år, kan ifølge sandsynlighedsregningen udtrykkes som sandsynligheden for, at størrelsen $x = s - q$ er mindre eller lig 0:

$$\varepsilon = P\left\{x = s - q \leq 0\right\}.$$

Da størrelsen x er differencen mellem to normalt fordelte, statistisk uafhængige størrelser, er den selv normalt fordelt med middelværdien $X = S - Q$ og spredningen $\sigma = \sqrt{\sigma_s^2 + \sigma_q^2}$.

Man kan derfor, under de angivne forudsætninger, finde den årlige brudsandsynlighed ε i en tabel over den normale fordelings sumfunktion, Φ (u), når blot $X = S - Q$ og σ er givet.

ε findes i tabellen som $\Phi(u)$ for $u = -\dfrac{S-Q}{\sigma}$.

Da Q og σ er problemets parametre, kan vi opfatte ε som funktion af S og finde de til forskellige værdier af S svarende værdier af ε, jfr. omstående tabel 1, kolonne I og II og III. Denne tabel, der skal illustrere løsningen af dimensioneringsproblemet for et jernbetondæk, forudsætter, at $\sigma_q = 20$ kg/m², $\sigma_s = 60$ kg/m², hvoraf $\sigma = 63{,}25$ kg/m². Endvidere er forudsat $Q = 100$ kg/m². Disse værdier er vist plausible, men forudsætninger om, at σ_s er konstant, når S varierer over et større område, er måske ikke holdbar.

Den mest økonomiske værdi af den tilstræbte styrke eller bæreevne, $S = D \cdot Q$, får vi, når de totale omkostninger, T, er minimum.

Anlægsudgifterne, A, for en konstruktion kan som regel opdeles i to poster, $A = A_1 + A(S)$, hvor A_1 er uafhængig af konstruktionens tilstræbte styrke, medens $A(S)$ afhænger heraf. I simpleste fald er $A(S)$ ligefrem proportionel med S, og vi kan, da Q er givet, skrive

$$A = A_1 + A_o \frac{S}{Q}.$$

TABEL 1.

Bestemmelse af minimum for de totale udgifter, T, kr/m², til anlæg og retablering af brudskader for jernbetondæk.

Dækkets tilstræbte styrke (bæreevne) S, kg/m²	$u = \dfrac{S-100}{63{,}25}$	Den årlige brudsandsynlighed, $\varepsilon = \Phi\left(-\dfrac{S-100}{63{,}25}\right)$	Anlægsudgift, A, kr/m². $A = 48 + 0{,}22\,\dfrac{S}{100}$	Totalomkostninger, T, kr/m², ved anlæg samt retablering af brudskader. $T = A + 5000 \cdot \varepsilon$
I	II	III	IV	V
250	—2,37	0,008894	48,55	93,02
275	—2,77	0,002803	48,60	62,62
300	—3,16	0,000789	48,66	52,60
325	—3,56	0,000185	48,72	49,64
350	—3,95	0,000039	48,77	48,96
375	—4,35	0,000007	48,82	48,86
400	—4,74	0,000001	48,88	48,88

Udgiften til retablering af en indtruffen brudskade kaldes C. Vi forudsætter, at brudskade kun kan indtræffe een gang om året; hvis der indtraf brud hvert år i bygningens levetid, t, ville de samlede udgifter til retablering, neddiskonteret til anlægsøjeblikket med gældende rentefod, r, andrage C_o, hvor

$$C_o \simeq \frac{1}{r} C$$

idet t for bygninger ligger omkring 70–100 år.

Vi har da, at retableringsrisikoen (den forventede udgift til retablering) er $\varepsilon \cdot C_o$, d.v.s. at de totale udgifter er

$$T = A_1 + A_o \frac{S}{Q} + \Phi\left(-\frac{S-Q}{\sigma}\right) \cdot C_o.$$

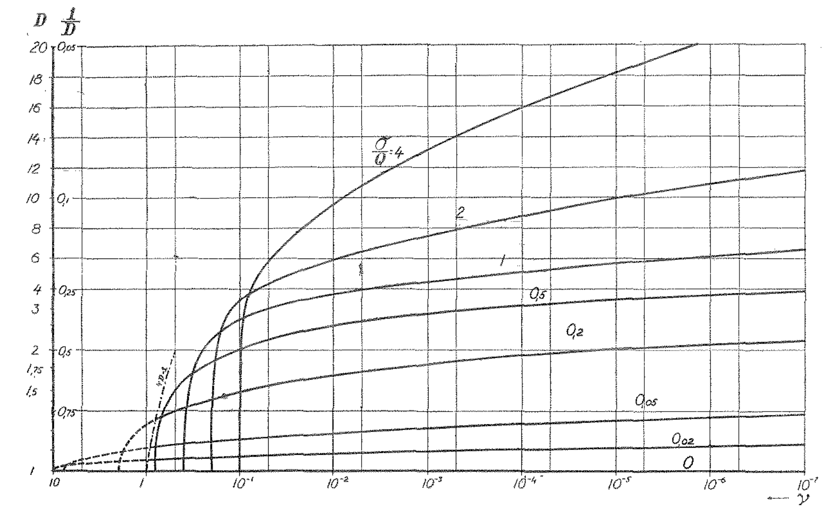


FIG. 1. Den økonomiske dimensioneringsfaktor, D, som funktion af $\gamma = A_0/C_0$. Det er forudsat, at s og q er normalt fordelt, og at σ er konstant, altså uafhængig af den tilstræbte middelstyrke $S = D \cdot Q$. (Gengivet efter Johnson, 1953, p. 140).

The economical design factor D as a function of $\gamma = A_0/C_0$. (normal distribution, σ = const).

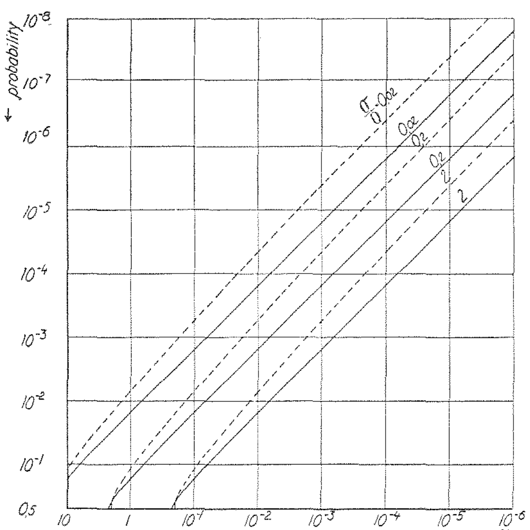


FIG. 2. Sandsynligheden for brud eller anden skade, ε, som funktion af $\gamma = A_0/C_0$, betinget af, at man anvender den i fig. 1 angivne økonomiske dimensioneringsfaktor D. (De punkterede kurver). (Gengivet efter Johnson, 1953, p. 146).

The probability of failure or other damage corresponding to an economical dimension (σ is constant). The dash-line curves correspond to the normal distribution. (cp. fig. 1).

I det i tabel 1 anvendte eksempel for jernbetondæk har vi regnet $A_1 = 48$ kr/m²; $A_o = 0{,}22$; $C = 250$ kr/m²; $r = 0{,}05$, altså $C_o \approx 5000$ kr/m². Med disse værdier er i kolonne IV beregnet den samlede anlægsudgift, A, kr/m² for de valgte værdier af S i kolonne I, og i kolonne V er tilsvarende beregnet de totale omkostninger, T, der får minimum for $S = 375$ kg/m², d.v.s. at $D = 375/100 = 3{,}75$. Den tilsvarende årlige brudsandsynlighed er $\varepsilon = 0{,}000007$.

Hermed er dimensioneringsproblemet løst i det i tabel 1 omhandlede specielle tilfælde.

Den almindelige løsning af dimensioneringsopgaven for vilkårlige værdier af parametrene får man ved at differentiere den ovenfor anførte formel for T med hensyn til S, sætte lig 0 og løse med hensyn til S.

Med henblik på det foreliggende problem er det mere hensigtsmæssigt at løse med hensyn til $D = \frac{S}{Q}$. Vi får efter regninger, der ikke skal gengives her, at

$$D = \frac{S}{Q} = 1 + \frac{\sigma}{Q}\sqrt{-2\left(\log_e \gamma + \log_e \frac{\sigma}{Q} + \log_e \sqrt{2\pi}\right)},$$

hvor $\gamma = \frac{A_o}{C_o}$.

For at illustrere, hvilke værdier af D og ε man kommer til ved anvendelse af ovenstående formel for vilkårlige værdier af parametrene $\frac{\sigma}{Q}$ og $\gamma = \frac{A_o}{C_o}$, er der på fig. 1 og 2 angivet kurveblade herfor (efter det førnævnte arbejde af Arne I. Johnson).

En af de indvendinger, man kan rette mod den her anvendte metode til løsning af dimensioneringsproblemet, er, at det kan være vanskeligt at fastsætte en passende værdi for den årlige retableringsudgift, C, og dermed for den kapitaliserede retableringsudgift, C_0. I tilfælde af, at det er umuligt at tegne forsikring mod brudskader, vil det yderligere være rimeligt at gardere bygherren mod risikoen for pludselig at skulle af med et stort beløb ved at multiplicere C_0 med et tal større end 1.

Tilsyneladende bliver hele problemet herved ret udflydende; man vil imidlertid ved at betragte fig. 1 se, at D indenfor store intervaller er ret ufølsom for endog meget kraftige variationer i $\gamma = \frac{A_o}{C_o}$, og da A_o kan bestemmes med ret stor præcision, får den manglende præcision i C_o derfor ikke større betydning.

Vi har hidtil forudsat, at s og q begge var normalt fordelt. Dimensioneringsproblemet kan naturligvis også løses under andre forudsætninger med hensyn til fordelingslovene for disse størrelser, og *Arne I. Johnson* har angivet en række af disse løsninger og anført de tilsvarende kurveblade.

Teoretisk kan det økonomiske dimensioneringsproblem på den måde løses for mange af de dimensioneringsopgaver, der forekommer i det daglige projekteringsarbejde. Men, som allerede nævnt, savner man kendskab til de statistiske forudsætninger, hvorfor de af Johnson angivne løsninger endnu ikke kan anvendes i praksis. Der arbejdes imidlertid mange steder med at tilvejebringe disse forudsætninger.

Det ville have været interessant, om Johnson i en række konkrete dimensioneringsopgaver havde søgt at »gætte« fordelingslovene og deres parametre og sammenholdt de økonomiske løsninger af dimensioneringsproblemet med de løsninger, man kommer til efter gældende normer, så man havde fået indtryk af, om der på typiske områder er »noget at hente« ved at bære sig rationelt ad. *Johnson's* arbejde giver imidlertid det værktøj, man må benytte sig af ved kommende undersøgelser af denne art.

Det skal endelig bemærkes, at selvom der indsamles et betydeligt empirisk materiale om de relevante statistiske variationer, vil de af et sådant materiale udledte skøn over fordelingskurvernes form og parametre altid være behæftet med en usikkerhed, der er særlig stor, fordi det drejer sig om skøn over de små sandsynligheder i fordelingskurvernes »haler«. Under een aller anden form må man derfor også ved økonomisk dimensionering have indbygget et sikkerhedstillæg, der skal gardere os mod følgerne af vor ufuldkomne viden om de statistiske »naturlove«.

Størstedelen af *Johnsons* bog handler om, hvorledes fordelingslovene for visse mere eller mindre idealiserede materialer kan deduceres fra simple brudhypoteser. Pionerarbejdet på dette område er gjort af *W. Weibull,* men *Johnson* har foretaget en systematisk afrunding af *Weibull's* indsats, bl. a. ved at udnytte den statistiske teori for fordelingen af største og mindste værdi i store stikprøver. Som Johnson selv fremhæver i sin indledning, er der i det store og hele ikke noget nyt i den matematisk-statistiske behandling af disse fordelinger, men alligevel er behandlingen ret udførlig, fordi disputatsen er skrevet for ingeniører. Det er svært for en ikke-tekniker at vurdere, om det er lykkedes *Johnson* at give teknikerne

en lettilgængelig indføring i disse emner. Jeg tror i hvert fald, at det vil knibe for adskillige at følge med de steder, hvor beviser og udledninger er udeladt, skønt bogen kun var blevet 4–5 sider større, hvis disse ting var taget med. Iøvrigt er fremstillingen klar og matematikken forholdsvis elementær.

Det er kendt, at man ved materialprøvning observerer variationer i styrken fra prøve til prøve, lige meget hvor stor umage man gør sig for at lave ensartede prøver af ensartet materiale og afprøve under samme betingelser. Disse statistiske variationer kan, når antallet af prøver vokser ud over alle grænser, anskueliggøres ved en fordelingslov, $P(s)$, der angiver sandsynligheden for, at en prøve, udtaget tilfældigt, har en styrke mindre eller lig s. $P(s)$ vokser monotont fra 0 til 1 og kan ikke antage værdier udenfor dette interval.

Lad os antage, at det drejer sig om prøvelegemer af et skørt materiale. Kan man apriori sige mere om $P(s)$, d. v. s. om dens matematiske form?

Udfra ret plausible forudsætninger er det muligt at regne sig til følgende tilnærmede matematiske udtryk for fordelingsfunktionen:

$$P(s) \approx 1 - e^{-\left[\frac{s}{m_1}\Gamma\left(1+\frac{1}{k}\right)\right]^k}$$

hvor m_1 er prøvelegemernes teoretiske middelstyrke, k er en konstant, der karakteriserer materialets fordeling, medens $\Gamma\left(1+\frac{1}{k}\right)$ er givet, når k er givet, idet $\Gamma\left(1+\frac{1}{k}\right)$ er værdien af Gamma-funktionen for argumentet $\left(1+\frac{1}{k}\right)$.

Udledningen af denne formel skal antydes efter *Johnson.* Det er allerede anført, at det drejer sig om et skørt materiale, eller bedre om et materiale, der under de givne påvirkninger viser skørt brud. Brudhypotesen går i så fald ud på, at materialet bryder fuldstændig sammen uden forudgående plastiske deformationer, såsnart spændingen et enkelt sted i materialet er større end den lokale styrke. Hvis det alene drejer sig om spændinger i een retning – f. eks. trækspændinger – og hvis spændingsfordelingen er ensartet over tværsnittet, er det altså det for træk svageste punkt i samtlige tværsnit, der bestemmer brudstyrken. Lad os yderligere antage, at hvert prøvelegeme kan opfattes som sammensat af et stort antal, n_1, elementarlegemer. Styrken, x, af hvert elementarlegeme forudsættes uafhængig af de øvrige elementarlegemers styrker. x-erne tænkes at fordele sig på elementarlegemerne, som om de var udtaget ved lodtrækning fra en uendelig mængde x-er fordelt efter en ukendt fordelingsfunktion $F(x)$.

Sandsynligheden for at den mindste af de n_1 styrker skal have værdier mindre end eller lig med s, er ifølge sandsynlighedsregningen:

$$P(s) = 1 - (1 - F(s))^{n_1}$$

Det er rimeligt at antage, at x og derfor s er nedadtil begrænset af værdien 0: $x \geqslant 0$, $s \geqslant 0$. Under meget almene forudsætninger med hensyn til den måde, hvorpå $F(x)$ fra højre nærmer sig 0 har man da, at når n_1 vokser, konvergerer $P(s)$ mod den før angivne funktion:

$$\lim_{n_1 \to \infty} P(s) = \lim_{n_1 \to \infty} [1 - (1 - F(s)^{n_1})] = 1 - e^{-\left[\frac{s}{m_1}\Gamma\left(1+\frac{1}{k}\right)\right]^k}$$

Det interessante ved dette resultat er, at det lader sig udlede med næsten ingen viden om den tilgrundliggende fordelingsfunktion, $F(x)$. Under forudsætning af den opstillede brudhypoteses rigtighed og af, at elementarlegemerne kan betragtes som meget små i forhold til prøvelegemets volumen, må man altså vente, at prøveresultaterne fordeler sig tilnærmelsesvis i overensstemmelse med den ovenfor anførte simple fordelingsfunktion. *Johnson* anfører en række eksempler på overensstemmelse mellem teori og iagttagelser.

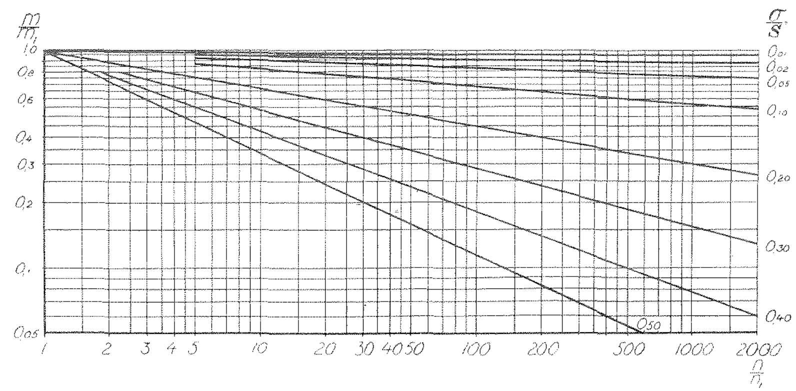
Lad os antage, at prøvelegemerne er så store, at konvergensen er fuldkommen. Og lad os derefter lave nogle nye prøvelegemer, hvis volumen er $\frac{n}{n_1}$ gange så store som de oprindelige prøvelegemer. Fordelingsloven for de nye prøvelegemers styrke bliver da

$$P(s) = 1 - e^{-\frac{n}{n_1}\left[\frac{s}{m_1}\Gamma\left(1+\frac{1}{k}\right)\right]^k}$$

og middelstyrken, m, af de nye prøvelegemer bliver

$$m = \left(\frac{n_1}{n}\right)^{\frac{1}{k}} m_1.$$

Da $k \geqslant 1$ ser vi, at en forøgelse af prøvelegemernes størrelse resulterer i en reduktion af middelstyrken, et forhold, der er velkendt fra prøvning af materialer med skørt brud.



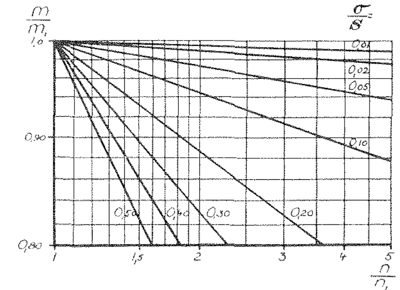


FIG. 3. Afhængigheden mellem styrkens middelværdi og volumen for materialer med skørt brud. (Gengivet efter Johnson, 1953, p. 61).

Variation in the mean value of the strength with the volumen for perfectly brittle materials.

Endvidere kan man vise, at den relative spredning eller variationskoefficienten er konstant, altså uafhængig af prøvelegemernes størrelse:

$$\frac{\sigma}{m} = \frac{\sigma_1}{m_1}.$$

Endelig kan det vises, at konstanten k er bestemt af variationskoefficienten.

For at beregne, hvorledes styrkens middelværdi reduceres, når volumenet øges, behøver vi derfor kun at kende variationskoefficienten, også betegnet $\frac{\sigma}{S}$.

Efter *Johnson* gengives ovenfor i fig. 3 et diagram, der viser afhængigheden mellem de tre størrelser $\frac{n}{n^1}$, $\frac{m}{m^1}$ og $\frac{\sigma}{S}$.

For materialer, der ikke har skørt brud, er det ofte plausibelt at antage, at bruddet i disse materialer bestemmes af det svageste led i et stort antal ens tværsnit, f.eks. i lange stænger udsat for træk, og man må da forvente, at også disse materialer under de givne omstændigheder følger de ovenfor anførte fordelingslove.

Ved udledningen af disse fordelingslove for skøre materialer er det forudsat, at spændingstilstanden er ensartet over hele tværsnittet. Hvis spændingsfordelingen varierer over tværsnittet, får vi mere komplicerede fordelingsfunktioner. For en række elementære belastningstilfælde viser *Johnson* imidlertid, at fordelingsloven for styrken bliver den samme som ved ensartet spændingsfordeling, når blot vi korrigerer prøvelegemets volumen med en beregningsmæssig korrektionsfaktor, hvis størrelse afhænger af spændingsfordelingens karakter. Fig. 2 er derfor af generel anvendelighed.

Fordelingslovene for andre materialer end skøre og dermed analoge behandles også af Johnson, hvis arbejde således næsten har fået karakter af en håndbog i statistisk behandling af brudfænomener.

For at det skal blive muligt engang at føre de rationelle dimensioneringsprincipper ud i livet, er det nødvendigt, at der under skarpt definerede forsøgsbetingelser udføres lange serier af materialeforsøg, dels med henblik på afprøvning af teorierne for den statistiske fordeling af materialestyrken i afhængighed af dimensioner og belastningsmåde, dels med henblik på numerisk bestemmelse af fordelingslovenes parametre.

Det må håbes, at *Johnsons* arbejde vil vække interesse hos de institutioner og teknikere, der har mulighed for at iværksætte sådanne empiriske undersøgelser.